

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОСАДОК СВАЙ НА НЕЛИНЕЙНО-ДЕФОРМИРУЕМОМ ГРУНТОВОМ ОСНОВАНИИ

К. С. КУРОЧКА

*Учреждение образования «Гомельский государственный
технический университет имени П. О. Сухого»,
Республика Беларусь*

В данной работе представлен алгоритм численного моделирования методом конечных элементов осадок свай на нелинейно-деформируемом грунтовом основании, причём куст свай и грунтовое основание рассматриваются как единая пространственная система.

Введение

В современном градостроительстве возведение зданий и сооружений зачастую осуществляется на грунтовых основаниях, имеющих малопрочные слои, линзы или включения. Для данных слоёв характерна нелинейная связь между напряжениями и деформациями. Поэтому проведение моделирования и расчетов без учёта физической нелинейности может привести к неравномерной осадке всего здания или сооружения, что вызовет значительные деформации конструктивных элементов здания и может привести к его разрушению [1].

При расчёте фундаментов зданий выделяются задачи обеспечения нормативных значений осадки и её равномерности в плане всего здания [1], [2]. Для решения данной задачи целесообразно рассматривать фундамент здания и грунтовое основание как единую пространственную систему, что позволит учесть неоднородность грунтового основания, наличие малопрочных слоёв, взаимное влияние друг на друга элементов фундамента в плане всего здания.

Одним из эффективных методов решения этих задач является метод конечных элементов и (или) суперэлементов, рассмотренных в трёхмерном пространстве [2], [3], [4].

Постановка задачи и принимаемые гипотезы

В настоящей работе рассматривается задача определения осадок свайного фундамента в плане всего здания. При этом предполагается выполнение следующих условий:

1. Линейность связи между деформациями и перемещениями для свай и элементов грунтового основания.
2. Линейность связи между напряжениями и деформациями для свай.
3. Линейность связи между напряжениями и деформациями для элементов грунтового основания, если значение интенсивности деформации ε_i меньше некоторого предельного значения, и нелинейность связи между напряжениями и деформациями, если ε_i больше предельного значения.

Решение линейных задач теории упругости методом конечных элементов сводится к решению системы линейных алгебраических уравнений вида [2], [3], [4]:

$$\{R\} = [K]\{g\}, \quad (1)$$

где $\{R\}$ – вектор узловых сил; $[K]$ – матрица жёсткости; $\{g\}$ – вектор узловых перемещений.

Между перемещения и деформациями устанавливается зависимость по формулам Коши, в матричной форме которую можно записать в виде [2], [3]:

$$\{\varepsilon\} = [B]\{g\}. \quad (2)$$

Пусть, например, при условии

$$\varphi(\varepsilon_i) < 0, \quad (3)$$

где ε_i – интенсивность деформаций, деформирование грунтового основания определяется линейно-упругим законом:

$$\{\sigma\} = E[E_0]\{\varepsilon\} \quad (4)$$

или

$$\sigma_i = E\varepsilon_i, \quad (5)$$

где $\{\sigma\}$ – вектор напряжений; $\{\varepsilon\}$ – вектор деформаций; E – линейный модуль упругости; μ – коэффициент Пуассона; σ_i – интенсивность напряжений;

$$[E_0] = \begin{bmatrix} \frac{1-\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{1-\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & \frac{1-\mu}{(1-2\mu)(1+\mu)} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\mu)} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\mu)} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2(1+\mu)} \end{bmatrix},$$

а при невыполнении условия (3) деформирование определяется нелинейным законом

$$F(\{\sigma\}, \{\varepsilon\}) = 0. \quad (6)$$

Рассмотрим краевую задачу в полной постановке. Введём понятие начальной деформации и начальных напряжений, которые имели место до момента приложения внешних сил, эффект действия которых нас интересует. В случае полной постановки такой задачи уравнение состояния (4) будет иметь вид [2]:

$$\{\sigma\} = [D](\{\varepsilon\} - \{\varepsilon_0\}) + \{\sigma_0\}, \quad (7)$$

где $[D]$ – матрица упругости, содержащая механические характеристики материала; $\{\varepsilon_0\}$ и $\{\sigma_0\}$ – начальные деформации и начальные напряжения.

В случае использования уравнения состояния (3) или (6), вектор $\{R\}$ в (1) определяется внешними действующими силами и предварительным напряжённо-деформируемым состоянием. Можно утверждать, что если удастся найти такое решение уравнения (1), что при соответствующем подборе одного или нескольких входящих в (7) параметров $[D]$, $\{\varepsilon_0\}$ или $\{\sigma_0\}$ это уравнение и соотношение (6) удовлетворяются при одинаковых значениях напряжения и деформации, то полученное решение будет искомым.

Очевидно, что при решении следует руководствоваться некоторыми алгоритмами для определения $[D]$, $\{\varepsilon_0\}$, $\{\sigma_0\}$. При этом можно ограничиться вычислением только одной из указанных величин, зафиксировав другие [2].

Вопрос этого выбора зависит от метода решения нелинейной задачи и уравнения состояния. В любом случае указанные параметры определяются итерационно, т. е. постепенно уточняются. Если определяется $[D]$, то получается так называемый метод переменной жесткости. Это название предопределено тем, что $[D]$ определяет жесткость материала. Если же определяются $\{\varepsilon_0\}$ или $\{\sigma_0\}$, то имеем так называемые методы начальных деформаций или начальных напряжений [2], [3]. Идея данных методов заключается в замене нелинейной пластической задачи конечной итерационной последовательностью линейно упругих задач.

Метод начальных напряжений [2], [3] применим, если определяющее уравнение (6) разрешимо относительно напряжений:

$$\{\sigma^n\} = f(\{\varepsilon\}), \quad (8)$$

где $\{\sigma^n\}$ – напряжения, возникающие в нелинейно упругом теле, то соотношение (7) для упругопластического материала можно привести к виду:

$$\{\sigma^n\} = \phi(\{\varepsilon_0\}, \{\varepsilon\}), \quad (9)$$

задавая соответствующим образом $\{\sigma_0\}$ [2], [3].

Так как $\{\sigma_0\}$ влияет на вектор внешних сил $\{R\}$, то, с учётом (7), (1), можно преобразовать к виду [2], [3]:

$$[K]\{g\} = \{R(\{g\})\}. \quad (10)$$

Алгоритм решения задачи

На основании принципа возможных перемещений [2], [3], [4] имеем:

$$\{\delta g\}^T \{R\} = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma\} dV, \quad (11)$$

где δ означает вариацию соответствующей переменной.

Из решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (10) можно найти напряжения $\{\sigma^n\}$ и деформации $\{\varepsilon\}$, которые возникают в линейно упругом теле от действия внешних сил $\{R\}$ с учётом начальных напряжений $\{\sigma_0\}$ и начальных деформаций $\{\varepsilon_0\}$. Предполагаем, что достигнутые деформации $\{\varepsilon\}$ соответствуют деформациям в реальном упругопластическом теле, тогда из (9) напряжения должны быть равны $\{\sigma^n\}$.

Рассмотрим разность между достигнутыми деформациями $\{\sigma^n\}$ и реальными $\{\sigma^h\}$:

$$\{\Delta \sigma\} = \{\sigma^n\} - \{\sigma^h\}. \quad (12)$$

Отсюда

$$\{\sigma^h\} = \{\sigma^n\} - \{\Delta \sigma\}. \quad (13)$$

Подставим в (11) в (11), получим:

$$\{\delta g\}^T \{R\} = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T (\{\sigma^n\} - \{\Delta \sigma\}) dV = \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\sigma^n\} dV - \iiint_V \{\delta \varepsilon\}^T \{\Delta \sigma\} dV. \quad (14)$$

Подставим в (2) в (4), получим:

$$\{\sigma^n\} = E[E_0][B]\{g\}. \quad (15)$$

Подставим в (14) выражения (2) и (15), учитывая, что в рассматриваемом случае все подынтегральные выражения не зависят от координат, получим:

$$\{\delta g\}^T \{R\} = V\{\delta g\}^T [B]^T E[E_0][B]\{g\} - V\{\delta g\}^T [B]^T \{\Delta\sigma\}.$$

Сокращая на $\{\delta g\}^T$, в конечном итоге будем иметь:

$$\{R\} = V[B]^T E[E_0][B]\{g\} - V[B]^T \{\Delta\sigma\},$$

откуда не сложно получить

$$[K]\{g\} = \{R^*\}, \quad (16)$$

где $[K] = V[B]^T E[E_0][B]$ – матрица жёсткости конечного элемента; $\{R^*\}$ – вектор узловых усилий, вычисляемый по формуле

$$\{R^*\} = \{R\} + V[B]^T \{\Delta\sigma\}. \quad (17)$$

Итерационный процесс производится следующим образом:

1. Сначала находится решение линейной задачи (1):

$$\{g\}_0 = [K]^{-1} \{R\}_0, \quad (18)$$

где $\{R\}_0$ соответствует приложенным нагрузкам.

2. По формулам (2) и (15) вычисляются деформации $\{\varepsilon\}$ и напряжения $\{\sigma^n\}$.
3. По формуле (8) или (9) вычисляются напряжения $\{\sigma^n\}$;
4. По формуле (12) вычисляется разность напряжений $\{\Delta\sigma\}$;
5. По формуле (17) вычисляется новый вектор узловых усилий и решается задача (16).

Итерационный процесс повторяется до тех пор, пока разность напряжений $\{\Delta\sigma\}$ не будет меньше заданной точности. Таким образом, на каждом этапе во всех точках определяется разность между истинными напряжениями при соответствующих деформациях и напряжениями, найденными в результате решения системы (1). Эта разность затем перераспределяется в соответствии с упругим законом, чтобы восстановить равновесие.

При таком подходе на каждой итерации используется одна и та же матрица жесткости и, если она обратима, то время, необходимое на каждую итерацию, составляет небольшую часть времени, затрачиваемого на получение первого приближения. Кроме того, в методе начальных напряжений производится корректировка упругих решений с помощью составляющих тензора напряжений, что позволяет учитывать весьма сложные свойства реальных пород (анизотропию, появляющуюся в процессе деформирования, дилатацию и др.).

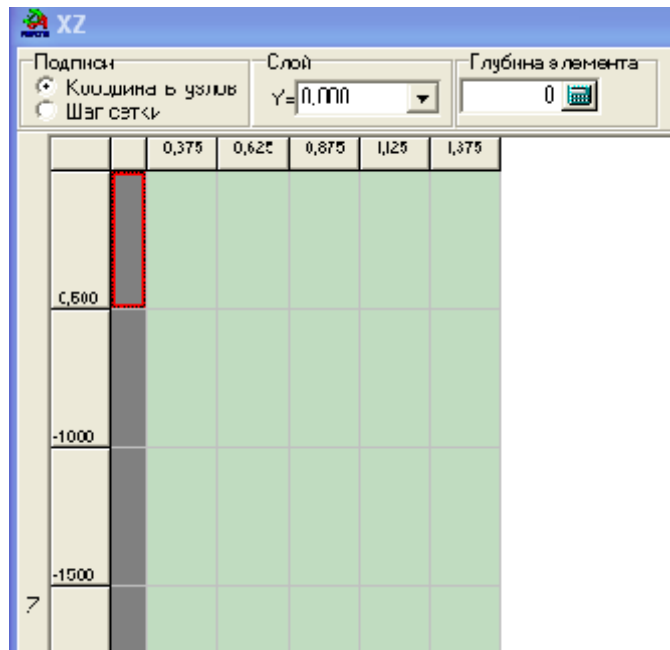


Рис. 1. Дискретизация расчётной области

Согласно вышеизложенному алгоритму, было разработано программное обеспечение в среде Delphi 5, позволяющее на экране монитора проектировать различные задачи механики деформируемого твёрдого тела (рис. 1).

Верификация предложенного алгоритма и программного обеспечения

Для оценки точности решения, получаемого с помощью изложенного алгоритма, было проанализировано ряд задач [5].

Тестовая задача 1. Моделировалась осадка железобетонной одиночной висячей сваи сечением 0,25 м х 0,25 м, глубиной погружения 5 м на упругопластическом грунтовом основании [5, табл. 1] под действием вертикальной статической нагрузки q [5, рис. 9]. Приведённые начальные характеристики грунтового основания $E = 6,875$ МПа, $\mu = 0,41$. Уравнение состояния (8) было принято в виде [2]:

$$\sigma_i = A \varepsilon_i^m, \quad (19)$$

где $A > 0$, $0 < m < 1$.

Значения параметров A и m были определены на основании экспериментальных данных и составили: $A = 45500$, $m = 0,29$. Задача рассматривалась как пространственная. Размеры расчётной области выбирались на основании экспериментальных исследований [1], [2], [5] и составили вдоль осей OX и OY 3 м, вдоль оси OZ – 12 м. Предполагалось отсутствие каких-либо перемещений на границах расчётной области. В силу симметричности, рассматривалась одна четверть расчётной области. Дискретизация проводилась конечными элементами в форме тетраэдров [2], [3] с тремя степенями свободы – перемещения вдоль осей OX , OY , OZ .

Для этого предварительно расчётная область разбивалась на параллелограммы, а затем каждый параллелограмм дискретизировался 6 тетраэдрами. Вдоль осей OX и OY расчётная область разбивалась на 6 параллелепипедов, вдоль оси OZ – на 24 (рис. 1). Таким образом, четверть расчётной области дискретизировалась 5184 конечными элементами. Для обращения матрицы жёсткости $[K]$ в (18) применялся модифицированный автором метод Гаусса, позволяющий учитывать симметричность и ленточную структуру матрицы жёсткости. Результаты моделирования приведены в табл. 1 и на рис. 2.

Таблица 1

Осадки одиночной висячей сваи

Вертикальная нагрузка, Н	Линейное решение		Нелинейное решение		Эксперимент, см
	осадки, см	погрешность, %	осадки, см	погрешность, %	
50000	0,12	20	0,12	20	0,10
100000	0,24	4	0,25	0	0,25
150000	0,36	52	0,93	24	0,75
200000	0,47	79	2,21	1	2,24
250000	0,59	88	4,17	18	5,10
262500	0,62	92	4,74	41	8,00

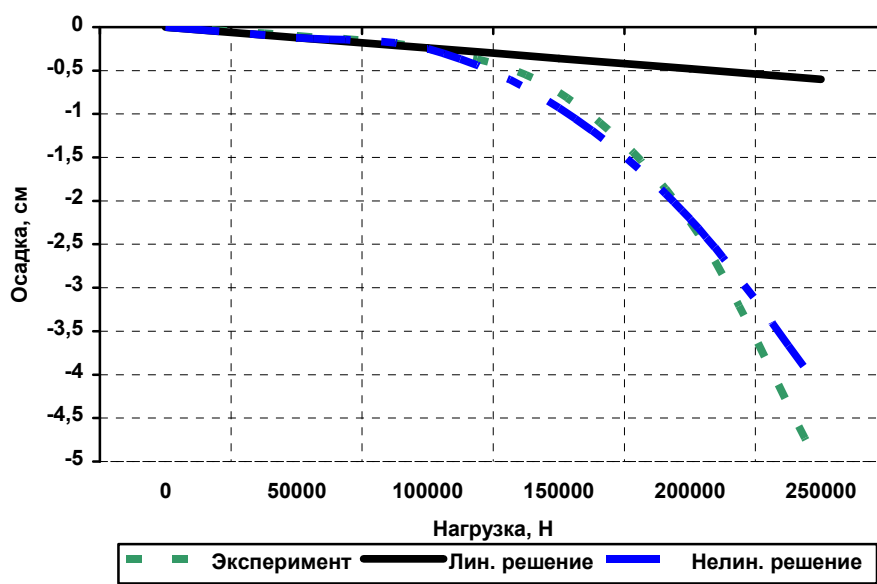


Рис. 2. Осадки одиночной висячей сваи

Тестовая задача 2. Моделировалась осадка железобетонного свайного фундамента при однорядном расположении свай сечением 0,25 м х 0,25 м, глубиной погружения 5 м на упругопластическом грунтовом основании [5, табл.1] под действием вертикальной статической нагрузки q при расстоянии между сваями 0,75 м [5, рис. 7]. Характеристики грунтового основания такие же, как и для первой тестовой задачи. Расчётная область представляет собой параллелепипед размерами: вдоль оси OY – 3 м, вдоль оси OX – 5 м, вдоль оси OZ – 12 м. Аналогично, как и в первой задаче, рассматривалась только четверть расчетной области. Прилагаемая нагрузка равномерно распределялась по каждой свае. Количество используемых конечных элементов для данной задачи составило 12096. Результаты моделирования приведены на рис. 3.

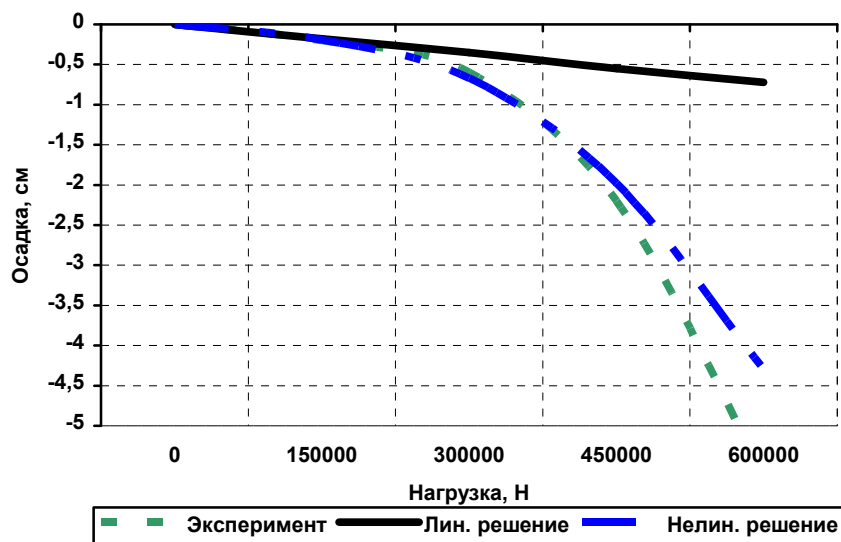


Рис. 3. Осадки сваи в свайном фундаменте при однорядном расположении свай

Тестовая задача 3. Моделировалась осадка железобетонного свайного фундамента при расположении свай сечением 0,25 м х 0,25 м в два ряда, глубиной погружения 5 м на упругопластическом грунтовом основании [5, табл.1] под действием вертикальной статической нагрузки q при расстоянии между сваями 0,75 м [5, рис. 8]. Характеристики грунтового основания такие же, как и для первой тестовой задачи. Расчётная область представляет собой параллелепипед размерами: вдоль оси OY – 4,25 м, вдоль оси OX – 7,25 м, вдоль оси OZ – 12 м. Аналогично, как и в первой задаче, рассматривалась только четверть расчетной области. Прилагаемая нагрузка равномерно распределялась по каждой свае. Количество используемых конечных элементов для данной задачи составило 34848. Результаты моделирования приведены на рис. 4.

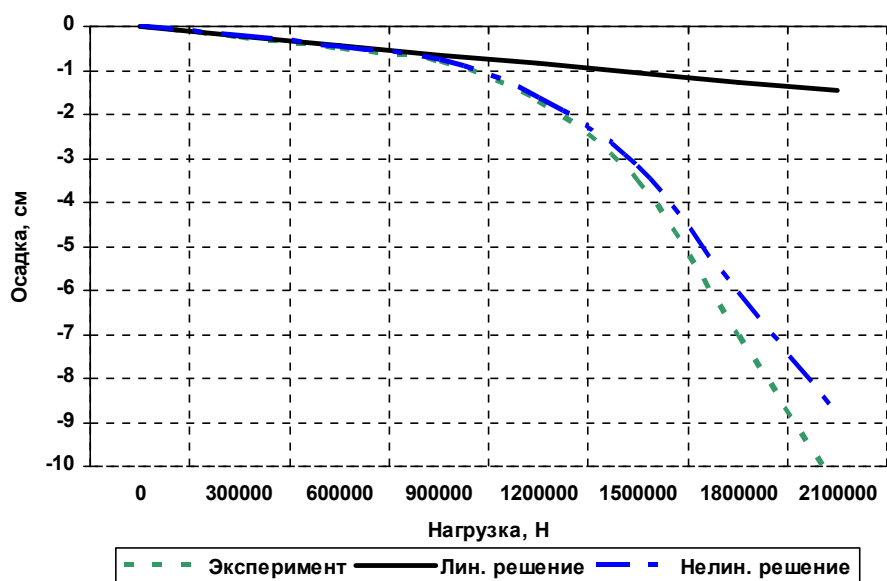


Рис. 4. Осадки сваи в свайном фундаменте при двухрядном расположении свай

Модельная задача. Моделировалась осадка куста свай, состоящего из четырёх свай сечением 0,25 м х 0,25 м и длиной 5 м, расположенных на расстоянии 0,75 м друг от друга. На свайный фундамент действовала вертикальная нагрузка $q = 600$ кН, равномерно распределённая по каждой свае. Основные характеристики грунтового основания такие же, как и для тестовых задач. Но под подошвой фундамента залегает органоминеральный слой с пониженной несущей способностью мощностью 0,5 м и основными

характеристиками: $E = 3,5$ МПа, $\mu = 0,47$. Необходимо исследовать влияние этого слоя на несущую способность свайного фундамента при его залегании на разных глубинах деформируемой области основания. Были рассмотрены 7 глубин залегания: 5 м, 5,5 м, 6 м, 7 м, 8 м, 9 м, 10 м. Расчётная область представляет собой параллелепипед размерами: вдоль оси OY и оси OX – 4,25 м, вдоль оси OZ – 12 м. Аналогично, как и в тестовых задачах, рассматривалась только четверть расчетной области. Прилагаемая нагрузка равномерно распределялась по каждой свае. Количество используемых конечных элементов для данной задачи составило 13872. Результаты вычислительного эксперимента приведены в табл. 2.

Таблица 2

Осадки свайного фундамента в зависимости от глубины залегания слабого слоя

Задача	Осадки, см
Слабый слой отсутствует	–2,03
Слабый слой на глубине 5 м	–2,18
Слабый слой на глубине 5,5 м	–2,14
Слабый слой на глубине 6 м	–2,09
Слабый слой на глубине 7 м	–2,06
Слабый слой на глубине 8 м	–2,05
Слабый слой на глубине 9 м	–2,04
Слабый слой на глубине 10 м	–2,03

Выводы

Предлагаемый алгоритм моделирования осадок свай на упругопластическом грунтовом основании обеспечивает достаточную для практического использования точность расчетов, что подтверждается проведенной верификацией.

Для рассматриваемого грунтового основания, содержащего слои глины текучей, линейное решение может быть использовано только на начальной стадии нагружения (при небольших нагрузках). Адекватное исследование напряжённо-деформированного состояния таких грунтовых оснований может быть проведено только с позиций нелинейной теории упругости.

Несущая способность одной висячей сваи выше, чем сваи, работающей в фундаменте. То есть на осадку сваи в фундаменте значительное влияние оказывают рядом расположенные сваи. Это влияние обусловлено суперпозицией сил, действующих на каждую сваю в отдельности. Отказ от учёта влияния рядом расположенных свай приведёт к большим погрешностям при определении осадки.

Для наиболее полного учета особенностей грунтового основания, взаимного влияния свай свайного фундамента необходимо рассматривать фундамент и грунтовое основание как единую пространственную систему.

Рассмотрение свайного фундамента и грунтового основания в трёхмерном пространстве приводит к использованию большого количества конечных элементов, получаемый порядок системы (16) исчисляется десятками тысяч неизвестных. Решение таких систем накладывает особые требования как на используемые ЭВМ, так и на применяемые алгоритмы обращения матриц и решения СЛАУ.

Чем ближе слабый слой располагается к подошве фундамента, тем большее влияние он оказывает на величину осадки. Наиболее существенное влияние на осадку оказывает наличие слабого слоя непосредственно под подошвой фундамента и на глубине до 1 м под подошвой фундамента. В этом случае отказ от его учёта может привести к значительным погрешностям.

Литература

1. Строительные нормы Республики Беларусь. Основания и фундаменты зданий и сооружений. СНБ 5.01.01- 99. Минск : ГП «Минсктиппроект», 1999. – 36 с.
2. Быховцев, В. Е. Компьютерное моделирование систем нелинейной механики грунтов / В. Е. Быховцев, А. В. Быховцев, В. В. Бондарева. – Гомель : УО «ГГУ им. Ф. Скорины», 2002. – 215 с.
3. Александров, А. В. Основы теории упругости и пластичности : учебник для строит. специальностей вузов / А. В. Александров, В. Д. Потапов. – Москва : Высш. шк., 1990. – 400 с.
4. Коробейников, С. Н. Нелинейное деформирование твёрдых тел / С. Н. Коробейников. – Новосибирск : Издательство СО РАН, 2000. – 262 с.
5. Бартоломей, А. А. Расчёт осадок ленточных свайных фундаментов / А. А. Бартоломей. – Москва : Стройиздат, 1972. – 128 с.

Получено 24.05.2006 г.